

Books on Demand – ISBN : 978-2-322-18946-5

Mathématiques en terminales scientifiques

Exercices corrigés d'Arithmétique

CHRISTIAN V. NGUEMBOU TAGNE

22 septembre 2023

Quelques erreurs de frappes ont échappé aux divers processus de relecture et de correction ayant précédé la publication de ce livre. Même si ces erreurs ne compromettent pas l'intégrité de l'ouvrage dans la forme et au fond, nous en proposons ici une liste actualisée, pour le confort des lecteurs, en attendant la seconde édition.

Cette note propose par ailleurs en bonus des solutions alternatives pour les exercices **33** et **64** du livre.

1. Errata

1. Page **11** : Dans le Schéma 1.1, pour le cas où le nombre de droite est $n = 1$, lisez plutôt « Nombre de régions $\mu_n = 2$ », au lieu de « Nombre de régions $\mu_n = 1$ ».
2. Page **34** : Dans l'encadré sur la contraposée et la règle de contraposition, à la dernière ligne, lisez plutôt « dans la solution de l'exercice **20** ci-dessus. », au lieu de « dans la solution de l'exercice 19. »
3. Page **46** : À la première ligne du corrigé de l'exercice 29, lisez plutôt « Dans le corrigé de l'exercice **20**, ... », au lieu de « Dans le corrigé de l'exercice 19, ... »
4. Page **56** : À la première ligne, dans la première division, le quotient est plutôt **32**, au lieu de 16.
5. Page **70** : À la première ligne, lisez plutôt « ... sont des entiers **relatifs** ... », au lieu de « ... sont des entiers **naturels** ... ».
6. Page **72** : À la fin de la douzième ligne, supprimez le mot « **de** » dans « ... est un diviseur **de** du ... ».
7. Page **86** : À la seizième ligne, lisez plutôt

$$\dots = \text{PGCD}(105a, 105 \times 6) = \dots$$

au lieu de

$$\dots = \text{PGCD}(105a, 105 \times 6 \times) = \dots$$

8. Page **88** : À la ligne suivant l'égalité **(7.2)**, lisez plutôt « où $\alpha_1(n), \dots, \alpha_k(n)$ sont ... », au lieu de « où $\alpha_1(n), \dots, \alpha_k$ sont ... ».
9. Page **90** : À la quinzième ligne, lisez plutôt « Chaque élément de X_2 a donc au maximum 12 diviseurs positifs. », au lieu de « Chaque élément de X_1 a donc au maximum 12 diviseurs positifs. »
10. Page **91** : À la sixième ligne, lisez plutôt « ... alors $n \geq 2^2 \times 3^2 \times 5 \geq 180$. », au lieu de « ... alors $n \geq 2^2 \times 3^2 \times 3 \geq 180$. »
11. Page **95** : À la dixième ligne, lisez plutôt « ... $\nu(x)$ le nombre des diviseurs positifs de x ... », au lieu de « ... $\nu(x)$ le nombre des diviseurs positifs de x ... »
12. Page **104** : À la sixième ligne, lisez plutôt « ... puis $\varphi(p^2)$. », au lieu de « ... puis $\varphi(q)$. »
13. Page **110** : À la question **(1)(a)** de l'énoncé de l'exercice 87, lisez plutôt « Vérifiez que ces nombres **sont** premiers », au lieu de « Vérifiez que ces nombres premiers ».
14. Page **122** : À la troisième ligne en partant du bas, lisez plutôt « ... alors $(n - 4)$ est divisible par 11. », au lieu de « ... alors $(n - 4)$ divise 11. ».
15. Page **126** : À l'avant-dernière ligne, l'expression « **sur le** » est répétée. Supprimez cette répétition.
16. Page **128** : À la troisième ligne de la Proposition A, lisez plutôt « **constitué**e » au lieu de « **constitué** ».
17. Page **130** : À la dernière ligne, remplacez le mot « **et** » par « **ou** ».
18. Page **136** : À la seizième ligne, lisez plutôt

$$\dots = p^2 q^2 - 1 - \text{card}(Y_p \cup Y_q).$$

au lieu de

$$\dots = p^2 q^2 - 1 - \text{card}(X_p \cup Y_q).$$

19. Page **155** : À la cinquième ligne, lisez plutôt

$$\dots q \in \{1, 3\}.$$

au lieu de

$$\dots p \in \{1, 3\}.$$

20. Page **155** : Ajoutez un point à la fin de la septième ligne.
21. Page **163** : À la onzième ligne, lisez plutôt « $2^9 - 1 = 511 = 7 \times 73$ », au lieu de « $2^9 - 1 = 511 = 5 \times 73$ ».
22. Page **165** : À la treizième ligne, lisez plutôt « F_3 », au lieu de « F_4 ».
23. Page **168** : À la septième ligne, lisez plutôt

$$\dots = \left(\prod_{i=1}^n i \right) \times \left(\prod_{i=1}^n (n+i) \right) = \dots$$

au lieu de

$$\dots = \left(\prod_{i=1}^n \right) \times \left(\prod_{i=1}^n (n+i) \right) = \dots$$

24. Page **174** : Au point **(3)(a)**, lisez plutôt $2N = N' + 19D$ au lieu de $2N = N' + 10D$.
 25. Page **176** : À la ligne qui précède **C 93**, lisez plutôt

$$S = 10\,101 \times 4\,950 = 49\,999\,950.$$

au lieu de

$$S = 10\,101 \times 4\,950 = 49\,999\,952.$$

26. Page **183** : Au début de la dix-septième ligne, entre les mots « est » et « non », supprimez le mot « ~~un~~ ».
 27. Page **188** : À la huitième ligne, lisez plutôt « **Ainsi**, $b_1 = a$ et $b_a = 1$. », au lieu de « **Alors**, $b_1 = a$ et $b_a = 1$. ».
 28. Page **188** : À la douzième ligne, lisez plutôt « Par conséquent, $b_8 = 247$ et $b_9 = 220$. », au lieu de « Par conséquent, $b_8 = 247$ et ~~$b_9 = 221$~~ . ».
 29. Page **188** : Au début de la quatorzième ligne, à la suite de « Si $b \leq b_8$, », ajoutez le mot « **alors** ».
 30. Page **188** : À la quinzième ligne, lisez plutôt

$$8b \leq 8b_8 + 6 < 8b_8 + 8 = 8(b_8 + 1).$$

au lieu de

$$9b_8 \leq 8b_8 + 6 < 8b_8 + 8 = 8(b_8 + 1).$$

31. Page **189** : À la ligne qui précède le point **(3)**, complétez

$$\text{card}(S_8) = \dots = b_8 - b_9 = 247 - 220 = 27.$$

32. Page **190** : À la première ligne, ajoutez le mot « **suivante** » entre les mots « équivalence » et « est ».
 33. Page **192** : À la quatrième ligne, le signe + est répété. Supprimez cette répétition.
 34. Page **192** : À l'avant dernière ligne, lisez plutôt « ... où $0 \leq r_1 < a$. », au lieu de « ... où $0 \leq r < a$. ».
 35. Page **197** : À la seizième ligne, lisez plutôt

$$C_n^2 = \binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}.$$

au lieu de

$$C_n^2 = \binom{n}{2} = \frac{n(n+1)}{2!} = \frac{n(n-1)}{2}.$$

2. Addenda

Pour élargir la palette des lecteurs, nous présentons ici une autre approche des exercices **33** et **64**. Ces solutions alternatives seront intégrées dans la seconde édition en préparation.

2.1. Une solution alternative de l'Exercice 33

Étant donné un ensemble E contenant cinq entiers relatifs, soit f l'application de E vers $\{0, 1, 2\}$ qui, à chaque élément de E , associe son reste pour la division euclidienne par 3.

S'il existe un entier $m \in \{0, 1, 2\}$ ayant au moins trois antécédents distincts par f , notamment x , y et z . Alors, $x + y + z \equiv 3m \pmod{3} \equiv 0 \pmod{3}$.

Si en revanche tout élément du triplet $\{0, 1, 2\}$ a au plus deux antécédents par f , alors chaque élément de $\{0, 1, 2\}$ possède au moins un antécédent par f . Le contraire induirait en effet l'existence d'un $m \in \{0, 1, 2\}$ ayant au moins trois antécédents, en contradiction de l'hypothèse. Il existe donc trois éléments distincts x , y et z de E tels que

$$f(x) = 0, \quad f(y) = 1 \quad \text{et} \quad f(z) = 2.$$

Ceci entraîne $x + y + z \equiv 0 + 1 + 2 \pmod{3} \equiv 0 \pmod{3}$.

En tout état de cause, dans l'ensemble E , il existe trois éléments dont la somme est divisible par 3.

2.2. Une autre solution de l'Exercice 64

Soient a , b et c des entiers naturels non nuls. Alors, $1 \leq a$ et $1 \leq b$. Autrement dit, $1 - a \leq 0$ et $1 - b \leq 0$. Ceci induit $0 \leq (1 - a)(1 - b)$. Cependant,

$$(1 - a)(1 - b) = 1 - b - a + ab.$$

D'où $a + b \leq 1 + ab$. De ce fait, si $ab < c$, alors $a + b < 1 + c$. Ceci entraîne $a + b \leq c$. Ainsi, l'inégalité $ab < c$ implique $a + b \leq c$.